

# METHODES DE MONTE-CARLO POUR LA FINANCE

## *Romuald ELIE*

### **Objectif**

Ce cours a pour objet l'étude des méthodes de Monte-Carlo en finance. Dans les modèles financiers sans friction ni contrainte, le prix d'une option européenne, de payoff actualisé  $g(X)$ , s'écrit comme l'espérance sous une probabilité risque neutre, unique si le marché est complet, de sa valeur liquidative :  $u(0,x) = E[g(X) | X_0=x]$ . Les méthodes de Monte-Carlo consistent à estimer cette espérance en simulant un grand nombre de réalisations,  $g(X(n))$ , de  $g(X)$ , puis en en prenant la moyenne  $\hat{u}(0,x)$ , la loi des grands nombres assurant la convergence de  $\hat{u}(0,x)$  vers  $u(0,x)$ .

### **Contenu**

I- Généralités sur les méthodes de Monte-Carlo et principaux modes de génération de nombres "aléatoires"

- 1 Généralités sur la convergence des estimateurs des moments
- 2 Générateurs de loi uniforme
- 3 Simulation d'autres lois (méthode de rejet, transformation, ...)
- 4 Suites à discrédance faible

II- Simulation de processus et discrétisation de payoff

- 1 Modèle de Black-Scholes
- 2 Discrétisation d'EDS
- 3 Ponts de diffusions et applications aux options asiatiques, à barrière et lookback.

III- Méthodes de réduction de variance

- 1 Contrôle antithétique
- 2 Régularisation de payoff
- 3 Variable de contrôle
- 4 Importance sampling

IV- Calcul des sensibilités (grèques)

- 1 Approches par différences finies
- 2 Grèques dans le modèle de Black-Scholes
- 3 Processus tangent et grèques
- 4 Calcul de Malliavin et grèques

V- Calcul d'espérances conditionnelles et évaluation d'options américaines

La bibliographie sera donnée au début du cours.